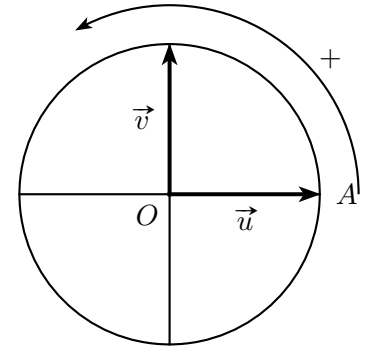


1 Définitions et propriétés

Définition

On appelle cercle trigonométrique un cercle de rayon 1 et sur lequel on a choisi un sens de parcours. Le sens trigonométrique est celui inverse des aiguilles d'une montre. C'est le sens positif. L'autre sens, c'est à dire celui des aiguilles d'une montre, est le sens négatif. On choisit sur le cercle trigonométrique une origine des arcs. C'est le point A sur le dessin ci-contre.

On place aussi un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ au centre du cercle. Ce repère est dit direct si l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est orienté dans le sens positif.

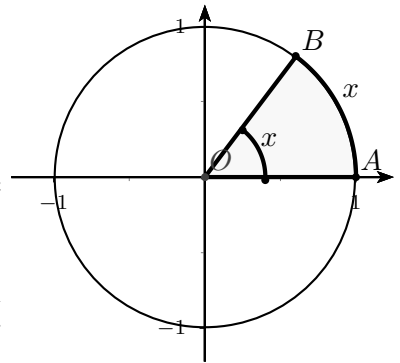


Rappel : La longueur du cercle de rayon R est : $L = 2\pi R$. Pour un cercle de rayon 1 on a : $L = 2\pi$.

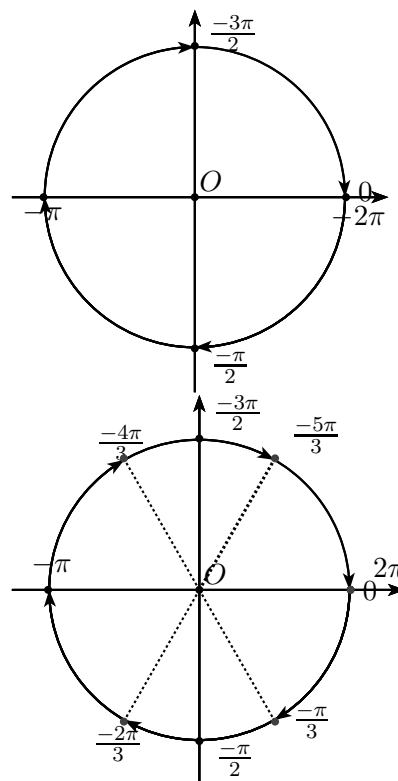
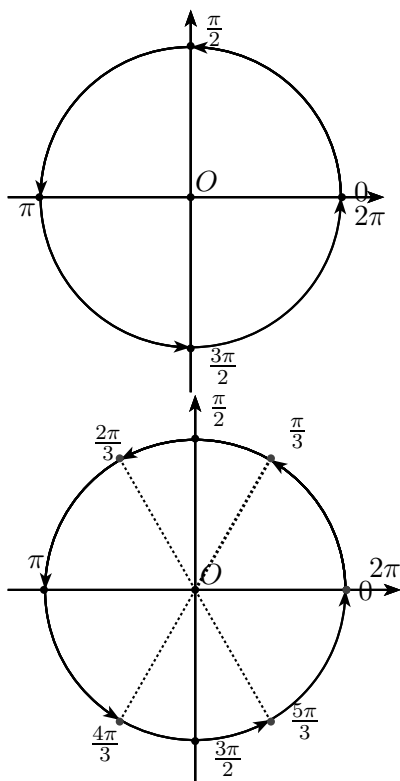
L'angle au centre correspondant au cercle complet est appelé angle plein. On décide de dire que sa mesure en radians est 2π .

La mesure de l'angle au centre est proportionnelle à la longueur de l'arc intercepté.

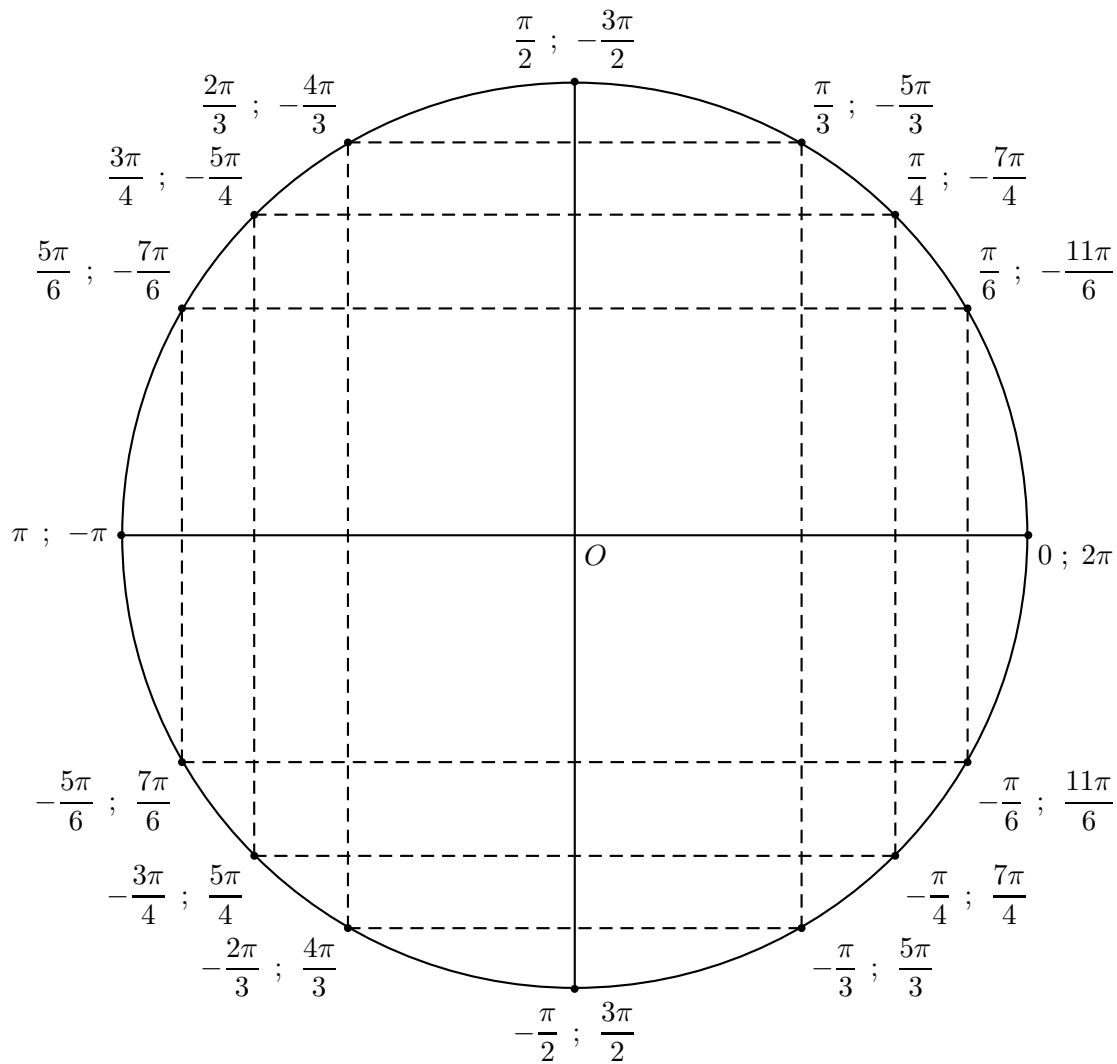
Le nombre qui mesure, en radians, tout angle au centre du cercle de rayon 1 est le même que le nombre qui mesure, en unité de longueur, la longueur de l'arc intercepté. Seules les unités ne sont pas les mêmes.



On peut alors graduer le cercle en choisissant comme origine des arcs le point A et comme sens de parcours le sens trigonométrique.



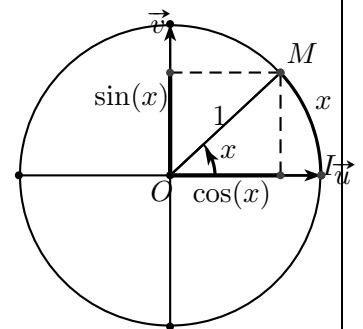
Cercle trigonométrique et valeurs remarquables :



Définition et propriété :

Dans un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ orthonormal direct du plan, à chaque point M du cercle trigonométrique, on fait correspondre un réel x qui est la mesure en radians de l'angle de vecteurs $(\vec{u}; \vec{OM})$ ou la mesure de la longueur de l'arc $\widehat{IM}$.

L'abscisse du point M est $\cos(x)$.
L'ordonnée du point M est $\sin(x)$.



On crée alors deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

1. $\cos : x \mapsto \cos(x)$
2. $\sin : x \mapsto \sin(x)$

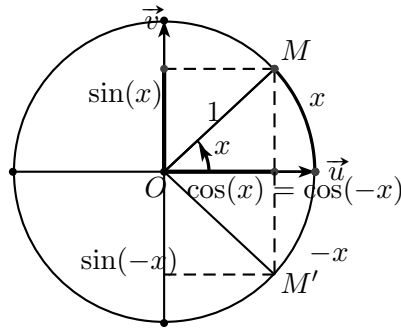
Propriétés des ces deux fonctions

1. Pour tout réel x , on a : $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$.

On dit que ces fonctions sont périodiques de période 2π .

2. Par raison de symétrie, on a : $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$ pour tout réel x .

On dit que la fonction $\cos$ est paire et que la fonction $\sin$ est impaire.



3. Pour tout x réel, on a : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

C'est le théorème de Pythagore.

4. Les fonctions $\cos$ et $\sin$ sont dérivables et :

$\cos'(x) = -\sin(x)$ et $\sin'(x) = \cos(x)$ pour tout réel x .

2 Variations des fonctions $\cos$ et $\sin$

Grâce à la périodicité et à la parité, on peut limiter l'étude des fonctions $\sin$ et $\cos$ sur l'intervalle $[0; \pi]$.

x	0	π
variation de $\cos(x)$	1	-1

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
variation de $\sin(x)$	0	1	0

